

第五章 論理関数の簡単化

[簡単化の必要性]

同じ論理関数でも、異なる論理式で表すことができる。

$$A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} = A \cdot B$$

簡単化 (できるだけ簡単な論理式で表す) が必要。

[簡単化の目標]

- 項数最小

$$BC\bar{D} + \bar{A}C\bar{D} + ABD + A\bar{C}D \text{ より}$$

$$\bar{A}C\bar{D} + ABC + A\bar{C}D$$

- 項数最小が複数ある場合は、文字数最小

$$\bar{A}\bar{B} + B \text{ より } A + B$$

[簡単化の方法]

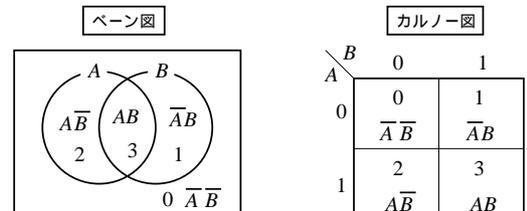
公式による方法: ブール代数の公式をくり返し適用経験や直観によるので難しい

カルノー図による方法: 5,6 変数くらいまで有効

計算機による方法: 数多くの方法

[カルノー図]

- ベーン図と同様に、集合間の関係を表す
- ベーン図より扱い易い (5,6 変数まで対応可)



3変数の場合			4変数の場合				
AB\C	0	1	AB\CD	00	01	11	10
00	0 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	1 $\bar{A}\bar{B}C$	00	0 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	1 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	3 $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	2 $\bar{A}\bar{B}CD$
01	2 $\bar{A}B\bar{C}$	3 $\bar{A}BC$	01	4 $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	5 $\bar{A}B\bar{C}D$	7 $\bar{A}BC\bar{D}$	6 $\bar{A}BCD$
11	6 $AB\bar{C}$	7 ABC	11	12 $AB\bar{C}\bar{D}$	13 $AB\bar{C}D$	15 $ABC\bar{D}$	14 $ABCD$
10	4 $A\bar{B}\bar{C}$	5 $A\bar{B}C$	10	8 $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	9 $A\bar{B}\bar{C}D$	11 $A\bar{B}C\bar{D}$	10 $A\bar{B}CD$

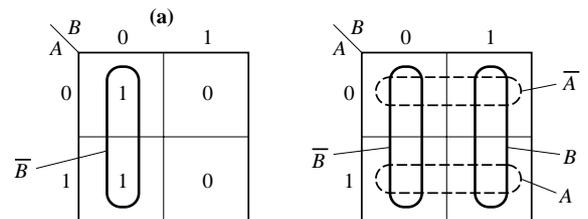
[カルノー図の性質]

隣接対 (隣り合う最小項) は、1 変数だけ異なる

[カルノー図による簡単化: 2 変数の場合]

隣接対に対応する最小項の和をとる

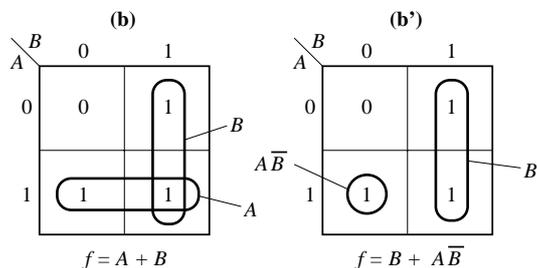
$$(a) f = \bar{A}\bar{B} + A\bar{B} = (\bar{A} + A)\bar{B} = \bar{B}$$



$$(b) f = A\bar{B} + \bar{A}B + AB = f_1 + f_2 = A + B$$

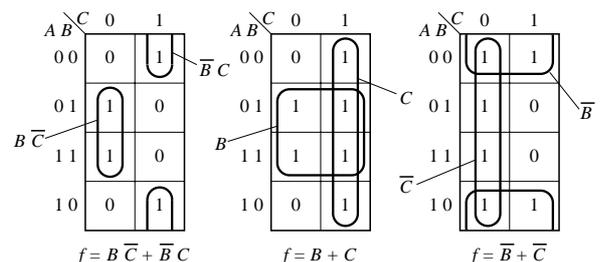
ただし、 $f_1 = \bar{A}B + AB = (\bar{A} + A)B = B$

$$f_2 = A\bar{B} + AB = A(\bar{B} + B) = A$$



⇒ (b') より (b) の方が良い。

[カルノー図による簡単化: 3 変数の場合]



- 隣接対が上下にまたがる場合もある

- 4 つの項を一組にした隣接 4 項組も存在

[カルノー図による簡単化：4変数の場合]

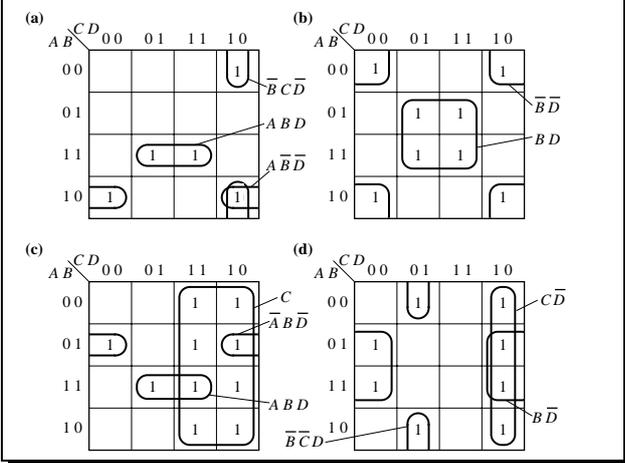
- 隣接対が左右にまたがる場合もある
- 隣接4項組が左右や4隅にまたがる場合もある
- 隣接8項組も存在

(a) $f = ABD + \overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{B}C\overline{D}$

(b) $f = BD + \overline{B}\overline{D}$

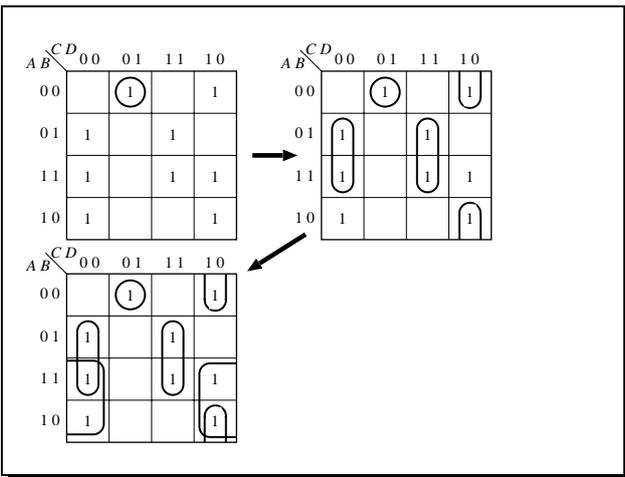
(c) $f = C + ABD + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$

(d) $f = \overline{B}\overline{D} + C\overline{D} + \overline{B}C\overline{D}$



[簡単化の手順]

- 1) 他の1と隣接していない1をループで囲む
- 2) 隣接4項組やすでにある隣接対に含まれない隣接対をループで囲む
- 3) 隣接8項組やすでにある隣接4項組に含まれない隣接4項組をループで囲む
- 4) 同様の作業をすべての1がループで囲まれるまで続ける



[簡単化の時の注意点]

- 隣接対(組)を選ぶ順序により異なる式が得られることがある

(a) $\overline{A}\overline{B}\overline{D} + \overline{A}BC + ABD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}$

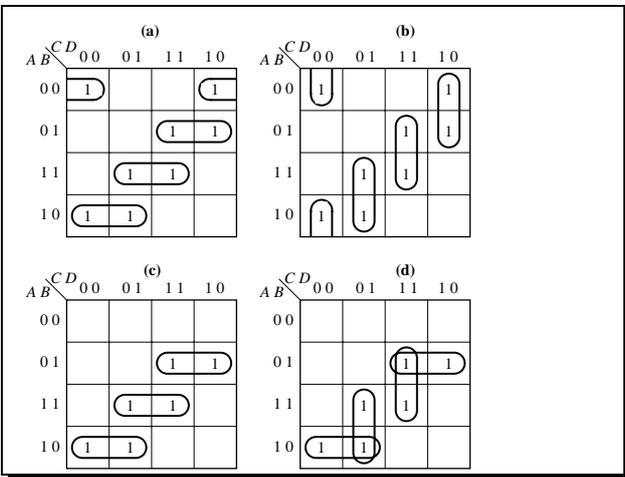
(b) $\overline{A}C\overline{D} + BCD + \overline{A}\overline{C}D + \overline{B}C\overline{D}$

- 隣接対(組)をうまく選ばないと項数最小とならないことがある

(c) $\overline{A}\overline{B}\overline{C} + ABD + \overline{A}BC$

(d) $\overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + BCD + \overline{A}BC$

⇒ すべての隣接対(組)を作ってから選ぶのが良い



[5変数以上の場合]

- 5変数の場合、 $E = 0$ と $E = 1$ の場合の二つの図を作成
(例: $\overline{B}C\overline{D} + \overline{A}C + \overline{A}BCE$)
- 6変数の場合、 $EF = 00, 01, 10, 11$ の四つの図を作成

